

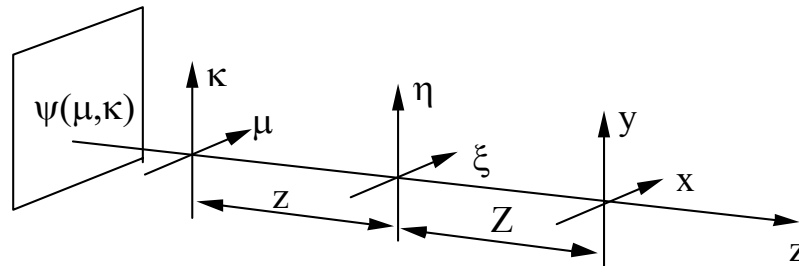
FourOpt 2 : application du formalisme et relation objet-image

Yves Rabbia; Observatoire de la Côte d'Azur

On a vu précédemment (dans les conditions d'emploi pertinentes) que

si l'on connaît l'amplitude complexe dans un plan $(\xi;\eta)$ perpendiculaire à l'axe de propagation (coordonnée z)

alors on sait exprimer l'amplitude complexe dans un plan $(x;y)$ à la distance Z du précédent selon l'axe z .



On regarde ici comment déterminer l'amplitude complexe cherchée pour diverses configurations d'écrans diffractants.

Le but du jeu est double : il s'agit d'une part de manipuler longuement le formalisme dans des situations peu souriantes; il s'agit d'autre part d'introduire des relations qui concernent l'aspect fréquentiel du transport des amplitudes complexes.

1. application du formalisme

situation de base :

onde plane monochromatique se propageant selon l'axe des "z"

amplitude complexe ψ connue dans le plan $(\mu;\kappa)$

écran diffractant ; transmission P; dans le plan $(\xi;\eta)$ à la distance z

on cherche $W(x;y)$; amplitude complexe dans le plan $(x;y)$ situé à la distance Z de l'écran diffractant

amplitude de départ : $\psi(\mu;\kappa)$

amplitude à l'entrée de l'écran diffractant : $U(\xi;\eta)$

$$U(\xi;\eta) = \frac{\exp(i \frac{2\pi}{\lambda} z)}{i\lambda z} \cdot [\psi(\xi;\eta) * \exp(\frac{i\pi}{\lambda z} \cdot (\xi^2 + \eta^2))]$$

amplitude à la sortie de l'écran diffractant : $Q(\xi;\eta)$

$$Q(\xi;\eta) = U(\xi;\eta) \cdot P(\xi;\eta)$$

amplitude dans le plan d'observation $W(x;y)$ à la distance Z :

$$W(x;y) = \frac{\exp(i \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot Z)}{i\lambda Z} \cdot [Q(x;y) * \exp(\frac{i\pi}{\lambda Z} \cdot (x^2+y^2))]$$

Pour développer les calculs algébriques il n'y a pas de recette universellement optimale; c'est un peu au coup par coup et à l'intuition (et aussi à l'expérience d'essais malheureux)

Tout de même il faut se familiariser avec des situations typiques.

En voici quelques unes

1.1 amplitude complexe connue sur l'écran diffractant; observation à une distance Z

1.2 amplitude complexe connue sur l'écran diffractant de transmission $T(\xi;\eta)$; à cet écran est accolée une lentille de focale F ; on observe à une distance Z après l'écran.

1.3 amplitude complexe connue sur l'écran diffractant de transmission $T(\xi;\eta)$; à cet écran est accolée une lentille; on observe à la distance F après l'écran

1.4 amplitude complexe connue à une distance z avant l'écran diffractant; observation à une distance Z après l'écran.

1.5 amplitude complexe connue à une distance z avant l'écran diffractant; qui est une lentille de focale F ; observation à une distance Z après l'écran.

De plus z et Z sont tels que $\frac{1}{z} + \frac{1}{Z} = \frac{1}{F}$

On posera $E_{@}(\xi;\eta) = \exp(+\frac{i\pi}{\lambda @} \cdot (\xi^2+\eta^2))$

et de façon similaire $E_{-@}(\xi;\eta)$ pour le signe "-"

1.1. amplitude complexe connue sur l'écran diffractant; observation à la distance Z

application directe de l'opérateur propagation

amplitude à l'entrée de l'écran diffractant : $U(\xi;\eta) = A$

amplitude à la sortie de l'écran diffractant : $Q(\xi;\eta) = U(\xi;\eta) \cdot P(\xi;\eta)$

amplitude dans le plan d'observation $W(x;y)$ à la distance Z :

$$W(x;y) = A \cdot \frac{\exp(i \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot Z)}{i\lambda Z} \cdot [P(x;y) * E_Z(x;y)]$$

cela se traduit par l'écriture (parfois plus commode à manipuler)

$$W(x;y) = A. \frac{\exp(i \frac{2\pi}{\lambda} \cdot Z)}{i\lambda Z} \cdot E_Z(x;y) \cdot \int P(\xi;\eta) \cdot E_Z(\xi;\eta) \cdot \exp(-i \frac{2\pi}{\lambda Z} \cdot (x \cdot \xi + y \cdot \eta)) \cdot d\xi \cdot d\eta$$

ou encore

$$W(x;y) = A. \frac{\exp(i \frac{2\pi}{\lambda} \cdot Z)}{i\lambda Z} \cdot E_Z(x;y) \cdot \text{TF} \left[P(\xi;\eta) \cdot E_Z(\xi;\eta) \right]_{\substack{u = \frac{x}{\lambda Z} \\ v = \frac{y}{\lambda Z}}}$$

1.2. amplitude complexe connue sur l'écran diffractant de transmission $T(\xi;\eta)$; à cet écran est accolée une lentille de focale F ; on observe à une distance Z après l'écran.

Similaire au précédent mais ici $P(\xi;\eta) = T(\xi;\eta) \cdot \exp(-\frac{i\pi}{\lambda F} \cdot (\xi^2 + \eta^2)) = E_{-F}(\xi;\eta)$

On arrive à :

$$W(x;y) = A. \frac{\exp(i \frac{2\pi}{\lambda} \cdot Z)}{i\lambda Z} \cdot E_Z(x;y) \cdot \text{TF} \left[T(\xi;\eta) \cdot \exp(\frac{i\pi}{\lambda} \cdot (\frac{1}{Z} - \frac{1}{F}) \cdot (\xi^2 + \eta^2)) \right]_{\substack{u = \frac{x}{\lambda Z} \\ v = \frac{y}{\lambda Z}}}$$

1.3. amplitude complexe connue sur l'écran diffractant de transmission $T(\xi;\eta)$; à cet écran est accolée une lentille de focale F ; on observe à la distance F après l'écran.

Directement tiré du résultat précédent avec $Z = F$; on a :

$$W(x;y) = A. \frac{\exp(i \frac{2\pi}{\lambda} \cdot F)}{i\lambda F} \cdot E_Z(x;y) \cdot \hat{T}\left(\frac{x}{\lambda F}, \frac{y}{\lambda F}\right)$$

1.4. amplitude complexe connue à une distance z avant l'écran diffractant; observation à une distance Z après l'écran.

On a déjà écrit l'amplitude complexe finale; sans expliciter . Allons plus loin.

$$W(x;y) = \frac{\exp(i \frac{2\pi}{\lambda} \cdot Z)}{i\lambda Z} \cdot [Q(x;y) * E_Z(x;y)]$$

qu'on écrit de façon équivalente :

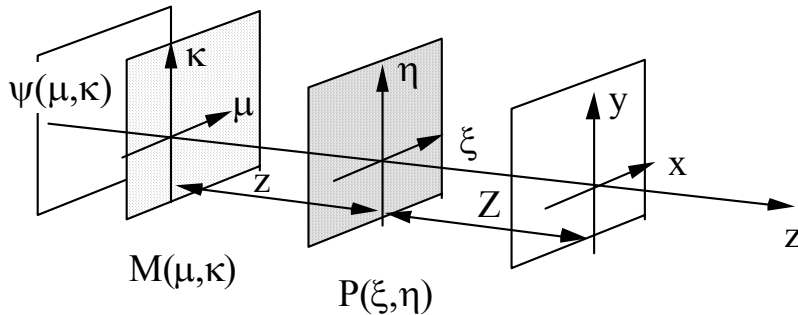
$$W(x;y) = \frac{\exp(i \frac{2\pi}{\lambda} \cdot Z)}{i\lambda Z} \cdot E_Z(x;y) \cdot \text{TF} \left[Q(\xi;\eta) \cdot E_Z(\xi;\eta) \right]_{\substack{u = \frac{x}{\lambda Z} \\ v = \frac{y}{\lambda Z}}}$$

avec $Q(\xi;\eta) = U(\xi;\eta) \cdot P(\xi;\eta)$

et avec
$$U(\xi;\eta) = \frac{\exp(i \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot z)}{i\lambda z} \cdot [\psi(\xi;\eta) * E_z(\xi;\eta)]$$

où l'amplitude de départ $\psi(\mu;\kappa)$ est de la forme $A \cdot M(\mu;\kappa)$; M décrivant la transmission d'un masque placé dans le plan $(\mu;\kappa)$.

Ici ; il est réconfortant d'avoir un dessin.



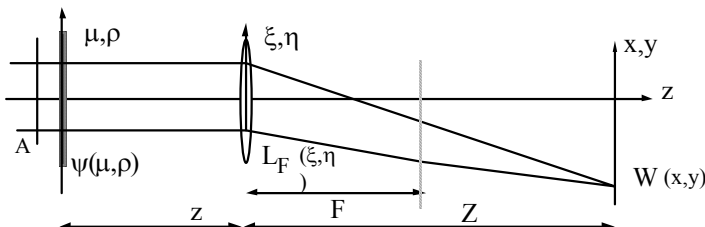
Partir de $\psi(\mu;\kappa)$ pour aller à $W(x;y)$ (où faire le chemin en sens inverse) est un exercice dont on devine la complexité d'écriture (convolutions de convolutions de produits de TF avec au milieu des exponentielles complexes quadratiques; etc... bref; c'est un peu galère !)

En fait ; un cas particulier fréquemment rencontré va révéler une situation moins monstrueuse qu'attendu. Une fois qu'on aura vu fonctionner le formalisme dans ce cas particulier; on évaluera mieux les complexités que l'on rencontre dans le cas 4 ; plus général; (mais moins fréquent).

C'est le cas numero 5

1.5. amplitude complexe connue à une distance z avant l'écran diffractant; qui est une lentille de focale F; observation à une distance Z après l'écran.

De plus z et Z sont tels que $\frac{1}{z} + \frac{1}{Z} = \frac{1}{F}$



Dans le cas présent on a $P(\xi;\eta) = E_{-F}(\xi;\eta) \cdot T(\xi;\eta)$

où T représente la transmission du masque accolé à la lentille (au minimum c'est la monture de la lentille) tandis que $E_{-F}(\xi;\eta)$ est la transmission de la lentille.

L'amplitude cherchée en (x;y) s'écrit maintenant :

$$W(x;y) = \frac{\exp(i \frac{2\pi}{\lambda} \cdot Z)}{i\lambda Z} \cdot E_Z(x;y) \cdot \mathbf{TF} \left[Q(\xi;\eta) \cdot E_Z(\xi;\eta) \right]_{\substack{u=\frac{x}{\lambda Z} \\ v=\frac{y}{\lambda Z}}}$$

avec $Q(\xi;\eta) = U(\xi;\eta) \cdot E_F(\xi;\eta) \cdot T(\xi;\eta)$

et avec
$$U(\xi;\eta) = \frac{\exp(i \frac{2\pi}{\lambda} \cdot z)}{i\lambda z} \cdot [\psi(\xi;\eta) * E_z(\xi;\eta)]$$

On explicite $W(x;y)$:

$$W(x;y) = \frac{\exp(i \frac{2\pi}{\lambda} \cdot Z)}{i\lambda Z} \cdot E_Z(x;y) \cdot \mathbf{TF} \left[U(\xi;\eta) \cdot T(\xi;\eta) \cdot \exp\left(\frac{i\pi}{\lambda} \cdot \left(\frac{1}{Z} - \frac{1}{F}\right) \cdot (\xi^2 + \eta^2)\right) \right]_{\substack{u=\frac{x}{\lambda Z} \\ v=\frac{y}{\lambda Z}}}$$

Maintenant on remarque que $U(\xi;\eta)$ peut s'écrire aussi sous forme de TF

$$U(\xi;\eta) = \frac{\exp(i \frac{2\pi}{\lambda} \cdot z)}{i\lambda z} \cdot E_z(\xi;\eta) \cdot \mathbf{TF} \left[\psi(\mu;\kappa) \cdot E_z(\mu;\kappa) \right]_{\substack{u=\frac{\xi}{\lambda z} \\ v=\frac{\eta}{\lambda z}}}$$

En injectant $U(\xi;\eta)$ dans la dernière expression de $W(x;y)$ on arrive à quelque chose de compliqué mais qui reste humain :

$$W(x;y) = \frac{\exp(i \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (Z+z))}{i\lambda Z \cdot i\lambda z p} \cdot E_Z(x;y) \cdot \mathbf{TF} \left[\text{quelque chose} \right]_{\substack{u=\frac{x}{\lambda Z} \\ v=\frac{y}{\lambda Z}}}$$

et quelque chose =

$$\left\{ \mathbf{TF} \left[\psi(\mu;\kappa) \cdot E_z(\mu;\kappa) \right]_{\substack{u=\frac{\xi}{\lambda z} \\ v=\frac{\eta}{\lambda z}}} \right\} \cdot E_z(\xi;\eta) \cdot T(\xi;\eta) \cdot \exp\left(\frac{i\pi}{\lambda} \cdot \left(\frac{1}{Z} - \frac{1}{F}\right) \cdot (\xi^2 + \eta^2)\right)$$

Cela nous conduit à :

$$W(x;y) = \frac{\exp(i \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (Z+z))}{i\lambda Z \cdot i\lambda z p} \cdot E_Z(x;y) \cdot \mathbf{TF} \left[\left\{ \mathbf{TF} \left[\psi(\mu;\kappa) \cdot E_z(\mu;\kappa) \right]_{\substack{u=\frac{\xi}{\lambda z} \\ v=\frac{\eta}{\lambda z}}} \right\} \cdot T(\xi;\eta) \cdot \exp\left(\frac{i\pi}{\lambda} \cdot \left(\frac{1}{Z} - \frac{1}{F} + \frac{1}{z}\right) \cdot (\xi^2 + \eta^2)\right) \right]_{\substack{u=\frac{x}{\lambda Z} \\ v=\frac{y}{\lambda Z}}}$$

$$\left. \right]_{\substack{u=\frac{x}{\lambda Z} \\ v=\frac{y}{\lambda Z}}}$$

Et là intervient un miracle ! La situation est telle que $\frac{1}{Z} - \frac{1}{F} + \frac{1}{z} = 0$

Alors :

$$W(x;y) = \frac{\exp(i \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (Z+z))}{i\lambda Z \cdot i\lambda z} \cdot E_Z(x;y) \cdot \mathbf{TF} \left[g(\xi;\eta) \cdot T(\xi;\eta) \right]_{\substack{u=\frac{x}{\lambda Z} \\ v=\frac{y}{\lambda Z}}}$$

On a posé $g(\xi;\eta) = \left\{ \mathbf{TF} \left[\psi(\mu;\kappa) \cdot E_Z(\mu;\kappa) \right]_{\substack{u=\frac{\xi}{\lambda Z} \\ v=\frac{\eta}{\lambda Z}}} \right\}$ On aura donc (theor convol TF):

$$W(x;y) = \frac{\exp(i \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (Z+z))}{i\lambda Z \cdot i\lambda z} \cdot E_Z(x;y) \cdot \left[\hat{g}(u;v) * \hat{T}(u;v) \right]_{\substack{u=\frac{x}{\lambda Z} \\ v=\frac{y}{\lambda Z}}}$$

soit

$$W(x;y) = \frac{\exp(i \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (Z+z))}{i\lambda Z \cdot i\lambda z} \cdot E_Z(x;y) \cdot \frac{1}{(\lambda Z)^2} \cdot \left[\hat{g}\left(\frac{x}{\lambda Z}; \frac{y}{\lambda Z}\right) * \hat{T}\left(\frac{x}{\lambda Z}; \frac{y}{\lambda Z}\right) \right]$$

Avant d'aller plus loin dans les calculs; on peut regarder ce que signifie l'expression dans le crochet. La fonction g est en gros la distribution d'amplitude que la lentille va transformer pour former l'amplitude en Z . Cette transformation comporte de la TF de l'amplitude à transformer mais aussi une convolution avec la TF du masque qui limite la lentille. Imaginons que la lentille ait une extension infinie ($T(\xi;\eta) = 1$). Dans ce cas on convolve avec un dirac; ce qui équivaut à ne pas convoluer; et on trouve la TF de g . C'est-à-dire la TF de la TF de $\psi * E_Z$. On va donc retrouver en finale quelque chose où intervient ψ . Cela nous invite à penser que la distribution en sortie pourrait ressembler à la distribution en entrée.

En plus; on fait semblant de pas le savoir mais on est en train de vérifier que notre situation correspond à la conjugaison objet-image par une lentille; il n'est donc pas choquant d'espérer retrouver une amplitude-image W semblable à l'amplitude-objet ψ .

Allons-y !

$$g(\xi;\eta) = \frac{1}{(\lambda Z)^2} \cdot \left[\hat{\psi}\left(\frac{\xi}{\lambda Z}; \frac{\eta}{\lambda Z}\right) * \hat{E}_Z\left(\frac{\xi}{\lambda Z}; \frac{\eta}{\lambda Z}\right) \right]$$

Maintenant on doit prendre la TF avec $u = \frac{x}{\lambda Z}$ et similaire pour v

$$\text{On trouve : } \hat{g}(u;v) = (\lambda Z)^2 \cdot \left[\psi(-\lambda Z u; -\lambda Z v) \cdot E_Z(-\lambda Z u; -\lambda Z v) \right]$$

qui en injectant les bonnes variables se transforme en

$$\hat{g}\left(\frac{x}{\lambda Z}; \frac{y}{\lambda Z}\right) = (\lambda Z)^2 \cdot \left[\psi\left(-\lambda Z \frac{x}{\lambda Z}; -\lambda Z \frac{y}{\lambda Z}\right) \cdot E_Z\left(-\lambda Z \frac{x}{\lambda Z}; -\lambda Z \frac{y}{\lambda Z}\right) \right]$$

On pose $\gamma = -\frac{Z}{z}$. On a déjà deviné qu'il s'agit du grandissement (connu en optique géométrique). On aboutit donc à :

$$\hat{g}\left(\frac{x}{\lambda Z}; \frac{y}{\lambda Z}\right) = (\lambda z)^2 \cdot \left[\psi\left(\frac{x}{\gamma}; \frac{y}{\gamma}\right) \cdot E_z\left(\frac{x}{\gamma}; \frac{y}{\gamma}\right) \right]$$

Alors en définitive; on trouve

$$W(x;y) = \frac{\exp\left(i \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (Z+z)\right)}{i\lambda Z \cdot i\lambda z} \cdot \frac{E_z(x;y)}{\gamma^2} \cdot \left[\left[\psi\left(\frac{x}{\gamma}; \frac{y}{\gamma}\right) \cdot E_z\left(\frac{x}{\gamma}; \frac{y}{\gamma}\right) \right] * \hat{T}\left(\frac{x}{\lambda Z}; \frac{y}{\lambda Z}\right) \right]$$

qui dans le cas d'une lentille d'extension infinie ; se réduit à

$$W(x;y) = \frac{\exp\left(i \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (Z+z)\right)}{i\lambda Z \cdot i\lambda z} \cdot \frac{E_z(x;y)}{\gamma^2} \cdot \left[\psi\left(\frac{x}{\gamma}; \frac{y}{\gamma}\right) \cdot E_z\left(\frac{x}{\gamma}; \frac{y}{\gamma}\right) \right]$$

Interprétons un peu tout ça.

premier facteur : $\frac{\exp\left(i \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (Z+z)\right)}{i\lambda Z \cdot i\lambda z}$: on retrouve vieillissement de la phase et dilution

pour deux propagations successives ; l'une sur une longueur z; l'autre sur la longueur Z. Pourquoi pas une seule longueur (z+Z) ? Parce qu'il y a entre les deux l'interposition d'un écran diffractant.

deuxième facteur : $E_z(x;y)$: facteur de phase quadratique en sortie ; courbure du front d'onde avec la propagation de la lentille à l'image (déjà évoqué). Il disparaîtra par passage à l'intensité (module carré)

troisième facteur : $\frac{1}{\gamma^2}$; inverse carré du grandissement. Cela regarde la dilution ou la concentration d'énergie par unité de surface (on y reviendra) . Si $Z > z$ on a un grandissement $\gamma < 1$; l'image est moins étendue que l'objet. La densité d'énergie en surface est augmentée.

dernier facteur : $\left[\psi\left(\frac{x}{\gamma}; \frac{y}{\gamma}\right) \cdot E_z\left(\frac{x}{\gamma}; \frac{y}{\gamma}\right) \right]$

On retrouve l'objet mais

1. il a subi une affinité sur chaque axe par le facteur γ . Cela signifie que l'image comporte une distribution homothétique de l'objet de départ.

2. il y a un facteur de phase quadratique qui lui aussi a subi l'effet du grandissement. Ce facteur de phase quadratique est présent dès le départ à cause de la propagation de l'objet à la lentille (courbure du wavefront).

Enfin; dans le cas plus général où l'on restitue une extension finie pour la lentille on retrouve la convolution par \hat{T} . Cela rappelle quelque chose du genre filtrage linéaire et réponse impulsionnelle. Ici la réponse impulsionnelle serait \hat{T} . Cela ne nous surprend pas vraiment si on pense à une ouverture circulaire qui donne pour \hat{T} une distribution d'Airy plus ou moins étalée selon le diamètre de l'ouverture.

Donc en gros on retrouve comme image quelque chose de très ressemblant à l'objet; mais il y a eu filtrage.

Tout cela appelle des commentaires et investigations additionnelles.

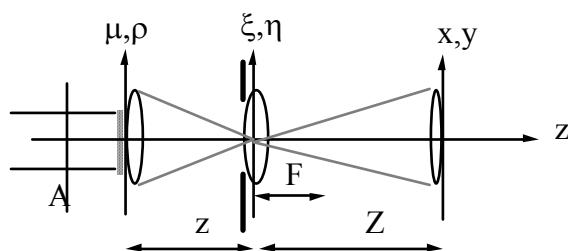
les facteurs de phase quadratique : Ils introduisent une modulation à symétrie circulaire sur l'amplitude complexe. On constate qu'ils sont parfois sans grande importance (par exemple en sortie; car ils disparaissent par passage à l'intensité) on constate qu'ils sont parfois non seulement importants mais décisifs pour des développements algébriques propres et cohérents (étapes intermédiaires avec succession d'écrans diffractants).

Maintenant ; repensez à la situation 4; et imaginez l'over-galère qui nous attendait si on avait du faire sans la lentille et sans la relation de conjugaison.

On peut toutefois se débarrasser de ces facteurs sans "truandage" dans les développements algébriques :

par exemple E_Z si on observe W derrière une lentille de focale Z puisqu'elle introduit le produit par E_{-Z} .

par exemple aussi E_z si on introduit une lentille de focale z contre l'amplitude ψ de départ ; car elle introduit simplement une transmission E_{-z} .



A propos de conjugaison ; l'important de tout ça est que dans une conjugaison obh-jet-image par la lentille on retrouve bien les histoires de grandissement et d'homothétie de l'optique géométrique (la distribution image est homothétique à

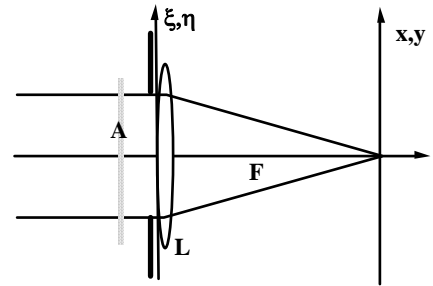
la distribution objet ; renversement compris) mais en plus on a les histoires de filtrage.

Avant de les regarder on s'intéresse à un cas particulier important

réponse à une source ponctuelle à l'infini

source dans l'axe; considérations énergétiques

Le montage est décrit sur la figure. L'onde plane d'amplitude A ; rencontre une pupille circulaire de rayon R ; centrée sur l'axe et munie d'une lentille mince L de focale F .



La transmission de l'écran diffractant est donc

$$P(\xi;\eta) = \Pi\left(\frac{\rho}{2R}\right) \cdot \exp\left(-\frac{i\pi}{\lambda \cdot F} (\xi^2 + \eta^2)\right) = T(\xi;\eta) \cdot E_{\text{in}}(\xi;\eta)$$

$E_{\text{out}}(\xi;\eta)$

ce cas correspond à la situation 3

On a donc :

$$W(x;y) = A \cdot \frac{e^{i \cdot 2\pi \cdot F}}{i \cdot \lambda \cdot F} \cdot E_{\text{in}}(x;y) \cdot \hat{T}\left(\frac{x}{\lambda F}, \frac{y}{\lambda F}\right)$$

Avec une ouverture circulaire; on observe dans le plan focal $(x;y)$:

$$W(x;y) = A \cdot \frac{e^{i \cdot 2\pi \cdot F}}{i \cdot \lambda \cdot F} \cdot E_{\text{in}}(x;y) \cdot \int \Pi\left(\frac{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}{2R}\right) \cdot \exp\left(-i \cdot \frac{2\pi}{\lambda F} (\xi \cdot x + \eta \cdot y)\right) \cdot d\xi \cdot d\eta$$

avec les coordonnées polaires ($\xi = \rho \cdot \cos\theta$; $\eta = \rho \cdot \sin\theta$; $x = q \cdot \cos\phi$; $y = q \cdot \sin\phi$) :

$$W(q) = A \cdot \frac{e^{i \cdot 2\pi \cdot F}}{i \cdot \lambda \cdot F} \cdot \exp\left(\frac{i \cdot \pi}{\lambda \cdot F} \cdot q^2\right) \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \frac{2 \cdot J_1\left(2\pi \cdot \frac{q}{\lambda \cdot F} \cdot R\right)}{2\pi \cdot \frac{q}{\lambda \cdot F} \cdot R}$$

La distribution d'intensité correspondante est alors :

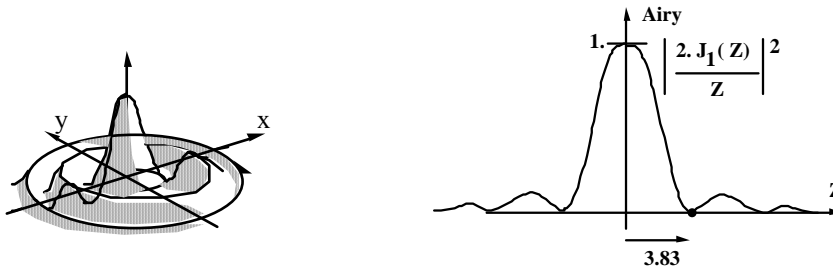
$$I(q) = \frac{A^2}{\lambda^2 \cdot F^2} \cdot \left| \pi \cdot R^2 \cdot \frac{2 \cdot J_1\left(2\pi \cdot \frac{q}{\lambda \cdot F} \cdot R\right)}{2\pi \cdot \frac{q}{\lambda \cdot F} \cdot R} \right|^2$$

qu'on écrit plutôt :
$$I(q) = \frac{A^2}{\lambda^2 \cdot F^2} \cdot (\pi \cdot R^2)^2 \left| \frac{2 \cdot J_1(Z)}{Z} \right|^2$$

avec $Z = 2 \cdot \pi \cdot \frac{q}{\lambda \cdot F} \cdot R$

Dans cette formule la distribution $\left| \frac{2 \cdot J_1(Z)}{Z} \right|^2$ est normée à l'unité à l'origine et elle représente la tâche d'Airy; qui est la réponse de notre système optique à une onde plane d'amplitude 1 se propageant selon l'axe Oz (Point Spread Function). Autrement dit c'est la réponse à une source ponctuelle à l'infini. En s'éloignant de l'origine ($x = 0; y = 0$) on rencontre un premier minimum nul pour $q = 1.22 \frac{\lambda \cdot F}{2R}$; qu'on appelle le rayon du premier anneau sombre de la tâche d'Airy.

Cette valeur correspond au premier zéro de J_1 et qui a lieu pour $Z = 2 \cdot \pi \cdot \frac{q}{\lambda F} \cdot R = 3.83$



Et les autres quantités ? Comment interpréter le facteur $\frac{A^2}{\lambda^2 \cdot F^2} \cdot (\pi \cdot R^2)^2$??

La quantité A^2 représente une densité superficielle de puissance; ainsi $A^2 \cdot \pi \cdot R^2$ représente la puissance collectée par la pupille qui reçoit l'onde. Cette puissance va se retrouver dans le plan focal ; mais diluée sur une étendue beaucoup plus petite que la pupille collectrice. L'aire équivalente de cette étendue est $\frac{(\lambda \cdot F)^2}{\pi \cdot R^2}$.

La densité superficielle de puissance dans le plan focal est alors donnée par le rapport :

$$\frac{\text{puissance collectée}}{\text{surface équivalente occupée}} = A^2 \cdot \frac{\pi R^2}{\lambda^2 \cdot F^2} \cdot \frac{\pi R^2}{\pi R^2}$$

qui est égal justement au facteur global $\frac{A^2}{\lambda^2 \cdot F^2} \cdot (\pi \cdot R^2)^2$.

Il y a eu compression de faisceau; ce qui donne une amplification de la densité superficielle.

Pour retrouver la puissance collectée il faut intégrer $I(x;y)$ sur tout le plan $(x;y)$; intégrale de surface. Normal.

Attention; on avait dit que A^2 était une densité de puissance par unité de surface; de bande spectrale; d'angle solide. On a vu ce qui concerne la surface. Pour la puissance dans une bande spectrale $\Delta\lambda$; il faudra intégrer sur la longueur d'onde; pour une source étendue il faudra intégrer sur les directions de rayons provenant de tous les points de la source. Dans la suite; on ne reviendra pas sur ces questions de facteur global dans l'intensité.

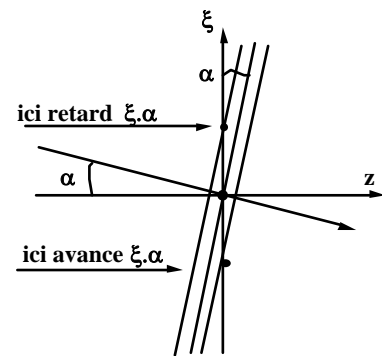
source hors d'axe; réponse de l'instrument à un point source (Dirac 2 dim)

Considérons un point source à l'infini; mais pas sur l'axe Oz. Sa direction est repérée par l'angle vectoriel $(\alpha;\beta)$.

La surface qui arrive sur notre système est un plan basculé d'un angle $(\alpha;\beta)$ par rapport au plan $(\xi;\eta)$. Ainsi la distribution d'amplitude complexe dans le plan $(\xi;\eta)$ s'écrit :

$$U(\xi;\eta) = A \cdot \exp\left(-i \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (\alpha \cdot \xi + \beta \cdot \eta)\right)$$

La figure ci-contre illustre cette situation.



Que deviennent les distributions d'amplitude et d'intensité dans le plan focal ?

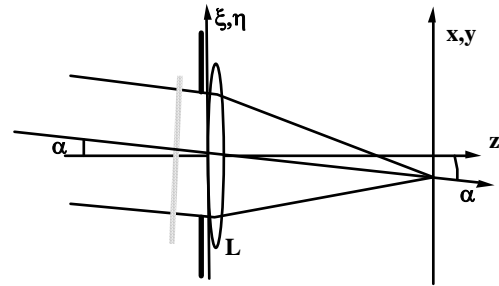
$$\text{Amplitude } W_\alpha(x;y) = \frac{e^{i \cdot \frac{2\pi \cdot F}{\lambda}}}{i \cdot \lambda \cdot F} \cdot E_F(x;y) \cdot \text{TF de } (T(\xi;\eta) \cdot U(\xi;\eta)) \begin{matrix} u = \frac{x}{\lambda \cdot F} \\ v = \frac{y}{\lambda \cdot F} \end{matrix}$$

ou encore

$$W_\alpha(x;y) = W(x;y) * \delta\left(\frac{x}{\lambda F} - \frac{\alpha}{\lambda} ; \frac{y}{\lambda F} - \frac{\beta}{\lambda}\right) = W(x;y) * \delta\left(\frac{x - F \cdot \alpha}{\lambda \cdot F} ; \frac{y - F \cdot \beta}{\lambda \cdot F}\right)$$

$$\text{rappel : } W(x;y) = A \cdot \frac{e^{i \cdot \frac{2\pi \cdot F}{\lambda}}}{i \cdot \lambda \cdot F} \cdot E_F(x;y) \cdot \hat{T}\left(\frac{x}{\lambda F} ; \frac{y}{\lambda F}\right)$$

On obtient la même distribution que dans le cas "sur l'axe" mais translaté dans le plan (x;y) par un vecteur de composantes (F.α; F.β).



On peut aussi écrire : $W_\alpha(x;y) = W(x - F.\alpha; y - F.\beta)$ d'où l'intensité

$$I_\alpha(x;y) = |W(x - F.\alpha; y - F.\beta)|^2$$

$$I_\alpha(x;y) = I(x - F.\alpha; y - F.\beta) = I(x;y) * \delta(x - F.\alpha; y - F.\beta)$$

$F.\alpha$ est une longueur dans le plan (x;y). On peut aussi remarquer que $\frac{x}{F}$ est un angle (voir figure)

On pourrait tout exprimer en angles. On aurait par exemple en posant $\theta = \frac{x}{F}$ et $\mu = \frac{y}{F}$:

$$W_\alpha(\theta;\mu) = W(\theta;\mu) * \delta\left(\frac{\theta - \alpha}{\lambda}; \frac{\mu - \beta}{\lambda}\right) \quad \text{puis}$$

$$I_\alpha(\theta;\mu) = I(\theta;\mu) * \delta\left(\frac{\theta - \alpha}{\lambda}; \frac{\mu - \beta}{\lambda}\right)$$

Remarques

1 : La situation décrite par ce formalisme est bien conforme à ce que l'on attend d'après l'optique géométrique :

si la direction de visée de la source à l'infini est basculée d'un angle (vectoriel) α ; la position de l'image dans le plan focal est translatée selon le vecteur correspondant $F.\alpha$

2 : Ce qu'on a obtenu est la réponse de l'instrument à un point source (c'est la réponse impulsionnelle à deux dimensions). On y reviendra.

Remarque : on a pris comme exemple type celui de l'ouverture circulaire. On aurait pu prendre n'importe quelle forme d'ouverture (même pas forcément connexe) la relation de translation serait tout aussi valide. On retiendra donc plutôt :

$$W_\alpha(x;y) = W(x;y) * \delta(x - a; y - b) \quad \text{avec } a = F.\alpha \text{ et } b = F.\beta$$

Cela tend à montrer que nous avons une réponse impulsionnelle invariante par translation. On pense alors au filtrage linéaire pour gérer les amplitudes complexes et décrire la formation des images par un système optique.

Attention : ce que nous venons de décrire ne marche bien que dans le cas d'approximation qui limitent l'écart des faisceaux par rapport à l'axe principal. Le domaine de validité de ces approximations dépend de plusieurs facteurs (aberrations

optiques) et on l'appelle le domaine d'isoplanétisme. Hors de ce domaine et par définition la description de type filtrage linéaire est illicite.

2. relation objet-image

Nous avons étudié jusqu'ici la formation des images en considérant la distribution d'amplitude complexe ; dont le module carré donne la distribution d'énergie observable. C'est cette distribution qu'on appelle "image". On dit alors que nous nous sommes placés dans l'espace direct. Une autre approche de la formation des images est celle qui consiste à se placer dans l'espace des fréquences.

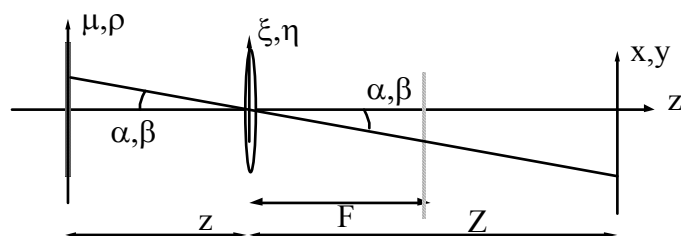
On pourra ainsi profiter d'un formalisme général ; celui du filtrage linéaire; mais au prix d'une restriction des conditions d'application.

Notre approche consiste à dire que notre système optique est une "boite noire" qui voit une distribution d'amplitude complexe comme objet et qui délivre une distribution d'amplitude complexe comme image.

Evidement; ce qui nous intéresse souvent c'est la distribution d'intensité ($|ampl|^2$) et on peut voir l'objet et l'image comme des distributions d'intensité.

Par ailleurs ; puisque nous allons tenter de retrouver du filtrage linéaire nous exprimons l'objet comme un ensemble de sources ponctuelles (dirac) distribuées dans le plan "objet".

Il sera commode de repérer ces diracs (signal d'entrée) et leurs images (réponse du système) au moyen de coordonnées angulaires (on allègera ainsi les notations)



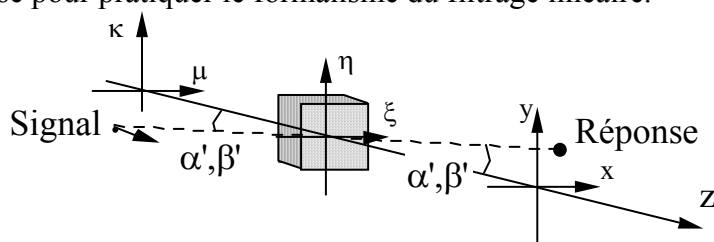
Avec les notations indiquées sur le dessin; on a une distribution d'amplitude complexe objet $a(\alpha;\beta)$; un système optique que nous réduisons à une transmission complexe T

dans le plan $(\xi;\eta)$ et une distribution d'amplitude complexe image $W(\alpha;\beta)$ dans le plan conjugué du plan objet.

Pour faire le lien avec les notations employées jusqu'ici nous dirons que $\alpha = \frac{\mu}{Z}$ et $\beta = \frac{\kappa}{Z}$ mais aussi $\alpha = -\frac{x}{Z}$ et $\beta = -\frac{y}{Z}$. Pas de problème avec cette apparente double définition puisque les deux formes représentent la même chose (conséquence de la conservation des angles d'incidence et d'emergence.

Remarque : cela implique qu'on a un système de grossissement angulaire unité. On raffinerà plus tard.

La conséquence de cette approche (même avec un grossissement angulaire différent de l'unité) est que la réponse du système à un dirac $\delta(\alpha - \alpha' ; \beta - \beta')$ centré en $(\alpha';\beta')$ sera identique à celle d'un dirac sur l'axe $\delta(\alpha;\beta)$. On retrouve ici l'invariance par translation requise pour pratiquer le formalisme du filtrage linéaire.



ATTENTION: ici intervient la restriction annoncée. En optique l'invariance par translation signifie que si l'on déplace la source dans le champs de vue son image se déplace aussi sans modification. En fait la restriction porte sur le champs de vue pour lequel cette propriété est vérifiée. C'est le champs d'isoplanétisme; qui typiquement va de quelques arcsec à quelques arcmin.

Avec cette réserve et en revenant à la conjugaison par une lentille; nous pouvons écrire que la réponse au dirac-amplitude $\delta(\alpha - \alpha' ; \beta - \beta')$ dans le plan objet est (nous ignorons divers facteurs insubstantiels ici)

$$W(\alpha;\beta) = \hat{T} \left(\frac{\alpha + \alpha'}{\lambda}, \frac{\beta + \beta'}{\lambda} \right) = \hat{T}_{\lambda} (-\alpha; -\beta) * \delta(\alpha - \alpha' ; \beta - \beta')$$

Nous pouvons considérer $\hat{T}_{\lambda} (-\alpha; -\beta)$ comme la reponse impulsionnelle du système.

Le signe "-" ne nous apporte plus d'information dès qu'on a admis le retournement d'image. Enlevons le pour alléger (cela revient à inverser le sens des axes (x;y) dans le plan image.

$$\text{D'où : [réponse au dirac } \delta(\alpha - \alpha' ; \beta - \beta')] = \hat{T}_{\lambda} (\alpha - \alpha'; \beta - \beta')$$

Nous exprimons notre objet comme une somme de diracs pondérés par l'amplitude complexe en α_n et β_k :

$$\text{objet (en amplitude)} = a(\alpha;\beta) = \sum_{n,k} a(\alpha_n, \beta_k) \delta(\alpha - \alpha_n, \beta - \beta_k)$$

On peut alors écrire :

$$\text{reponse à l'objet = image (en amplitude)} = \sum_{n,k} a(\alpha_n, \beta_k) \cdot \hat{T}_\lambda(\alpha - \alpha_n; \beta - \beta_k)$$

Bon; on a reconnu qu'on peut écrire une convolution par passage à une somme continue (c'est devenu classique pour nous) et nous avons le formalisme du filtrage linéaire. Du coup; on écrit :

$$W(\alpha;\beta) = \int a(\alpha';\beta') \cdot \hat{T}_\lambda(\alpha - \alpha'; \beta - \beta') \cdot d\alpha' \cdot d\beta'$$

$$W(\alpha;\beta) = a(\alpha;\beta) * \hat{T}_\lambda(\alpha;\beta)$$

C'est la relation objet-image pour l'amplitude.

Remarque : nous ne sommes peut être pas heureux d'avoir ignoré divers facteurs; en particulier pour les phases quadratiques. Remarquons que d'une part le point important à sortir pour la physique de la chose était cette convolution d'autre part les situations astronomiques correspondent à z infini et $Z = F$; ce qui élimine nos angoisses.

Qu'avons nous obtenu ? la distribution d'amplitude complexe image en réponse à une distribution d'amplitude complexe objet. Ce qui est observable c'est l'intensité.

On s'intéresse alors à la réponse en intensité.

On peut faire le même cheminement avec la réponse en intensité $I(\alpha;\beta) = |W(\alpha;\beta)|^2$

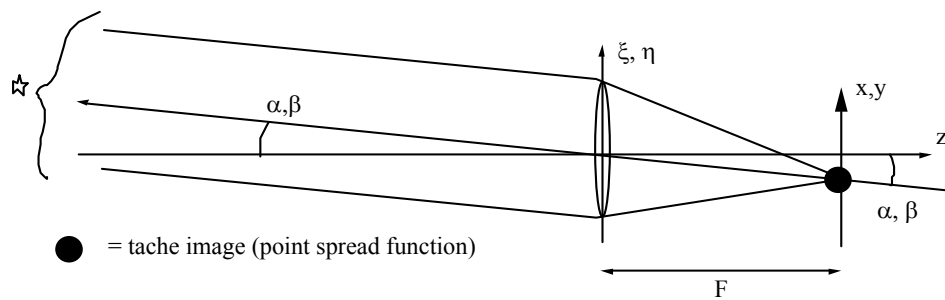
obtenue à partir de l'objet $O(\alpha;\beta) = \int O(\alpha';\beta') \cdot \delta(\alpha - \alpha'; \beta - \beta') \cdot d\alpha' \cdot d\beta'$

La réponse au dirac décalé étant $I_\lambda(\alpha - \alpha'; \beta - \beta')$ et l'on aboutira à l'expression :

$$I(\alpha;\beta) = O(\alpha;\beta) * I_\lambda(\alpha;\beta)$$

avec $I_\lambda(\alpha;\beta) = \left| \hat{T}_\lambda\left(\frac{\alpha}{\lambda}; \frac{\beta}{\lambda}\right) \right|^2$. C'est la fonction d'étalement pour une source ponctuelle

on dit aussi point spread function (PSF) ou parfois fonction d'appareil



Remarque : pourquoi refaire le cheminement au lieu de dire que $I(\alpha;\beta)$ est le module carré de $W(\alpha;\beta)$?

Cela nous conduirait à $|a(\alpha;\beta) * \hat{T}_{\lambda}(\alpha;\beta)|^2$ c'est-à-dire à :

$$O(\alpha;\beta) = \int \int a(\alpha';\beta') \cdot a(\alpha'';\beta'') \cdot \hat{T}_{\lambda}(\alpha-\alpha';\beta-\beta') \cdot \hat{T}_{\lambda}(\alpha-\alpha'';\beta-\beta'') \cdot d\alpha' \cdot d\alpha'' \cdot d\beta' \cdot d\beta''$$

Pas de panique ; on fera cet exercice très sympathique; mais plus loin.

Nous avons obtenu des relations objet-images fondées sur la convolution (pas de surprise) nous sommes en plein filtrage linéaire. Allons donc voir l'aspect fréquentiel avec les fonctions de transfert.

On doit donc considérer la TF de la reponse impulsionnelle dans les deux cas :

cas de l'amplitude : $W(\alpha;\beta) = a(\alpha;\beta) * \hat{T}_{\lambda}(\alpha;\beta)$

reponse impulsionnelle $h(\alpha;\beta) = \hat{T}_{\lambda}(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda})$

fonction de transfert naïve : TF de $\hat{T}_{\lambda}(\frac{\alpha}{\lambda}, \frac{\beta}{\lambda})$ avec comme variables u et v fréquences spatiales . On connaît le coup :

$$\hat{h}(u;v) = \lambda^2 \cdot T(-\lambda \cdot u; -\lambda \cdot v)$$

Attention : la fonction de transfert est plutôt une quantité normée à l'unité à l'origine; on

dira fonct de transfert = $S(u;v) = \frac{\hat{h}(u;v)}{\hat{h}(0;0)}$

ce qui fait partir le λ^2 (à part ça $T(0;0) = 1$) ou alors $T(0;0) =$ transmission optique du systeme. Prenons 1; sinon on complique inutilement.

La fonction de transfert $S(u;v)$ s'exprime au moyen de la transmission de l'ouverture; mais ce n'est pas la transmission de l'ouverture ! (comme c'est parfois annoncé)

Les variables sont $\lambda \cdot u$ et $\lambda \cdot v$ pour S tandis qu'elles sont ϵ et η pour l'ouverture T.

Pourquoi cette confusion fréquente ? Une raison est que souvent pour alléger les notations on pose comme variable dans l'ouverture $\frac{\xi}{\lambda}$ au lieu de ξ . De ce fait les variables conjuguées pour l'optique de Fourier deviennent ξ et α et les notations sont moins compliquées.

Du coup quand on cherche la TF de quelqu'un dont les variables sont α et β on croit devoir retomber sur ξ et η ; ce qui est plutôt une connerie; car on TF vers un autre espace . Pensez-y. On peut survivre dans le jargon terroriste mais la physique n'y gagne rien. Maintenant il y a d'autres raisons qui poussent à ces raccourcis ; on en causera plus tard; en parlant de fréquences spatio-angulaires $u = \left(\frac{\text{long}}{\lambda} \right)$

Voyons maintenant le cas de la relation objet-image pour l'intensité.

$$I(\alpha;\beta) = O(\alpha;\beta) * I_{\lambda}(\alpha;\beta)$$

avec $I_{\lambda}(\alpha;\beta) = \left| \hat{T}\left(\frac{\alpha}{\lambda}; \frac{\beta}{\lambda}\right) \right|^2$; c'est la réponse impulsionnelle pour l'intensité

Sa TF et la normalisation à 1; va nous conduire à (theoreme d'autocorr/Rayleigh) :

$$M(u;v) = \text{TF de } I_{\lambda} = \text{Autocorrelation de } T(-\lambda.u; -\lambda.v)$$

$$M(u;v) = \int T(\xi;\eta).T^*(\xi-\lambda.u;\eta-\lambda.v).d\xi.d\eta \quad (\text{ à vérifier; voir les chap précédents})$$

qu'on peut aussi noter (notations Bracewell) :

$$M(u;v) = T(-\lambda.u; -\lambda.v) * T^*(\lambda.u;\lambda.v)$$

et qui est habituellement présentée comme l'autocorelation de l'ouverture (même type de remarque que pour la fonct de transf pour l'amplitude; je n'y reviens pas).

Tout ça c'est bien joli mais ça veut dire quoi ?

La fonction de transfert determine avec quelle efficacité (entre 0 et 1) les fréquences spatiales qui compose l'objet sont transmises et présentes dans l'image.

Les relations objet-image dans l'espace de Fourier s'écrivent respectivement pour amplitude et intensité :

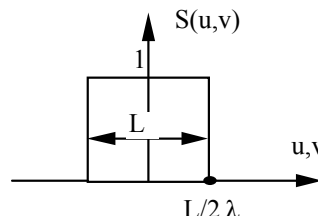
$$\hat{W}(u;v) = \hat{a}(u;v) . S(u;v)$$

$$\hat{I}(u,v) = \hat{O}(u,v) \cdot M(u,v)$$

Imaginons une ouverture carrée de coté L ; on a $T(\xi;\eta) = \Pi(\frac{\xi}{L}; \frac{\eta}{L})$

Pour l'amplitude on a $S(u,v) = T(\lambda.u; \lambda.v)$

les fréquences spatiales sont transmises avec le gain 1 (gain max) jusqu'à u_{\max} et v_{\max} tels que : $\lambda.u_{\max} = \xi_{\max} = \frac{L}{2}$. Ainsi $u_{\max} = \frac{L}{2.\lambda}$ et similaire pour v_{\max} . Les fréquences plus élevées ne sont pas transmises.

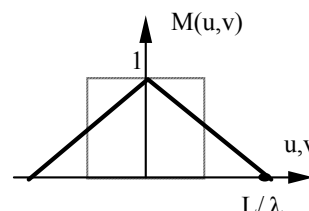


Pour l'intensité on a $M(u,v) = AC$ de $T(\lambda.u;\lambda.v)$; ici c'est la fonction triangle $\Lambda(\frac{\xi}{L}; \frac{\xi}{L})$

Les fréquences spatiales sont transmises avec un gain décroissant depuis 1 (fréquence 0) jusqu'à 0 (fréquence max).

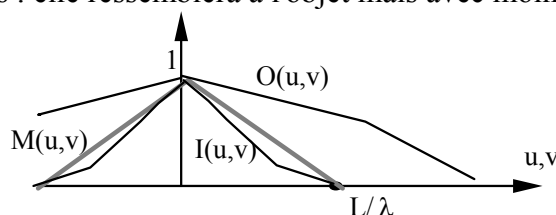
La fréquence max est donnée par $\lambda.u_{\max} = \xi_{\max} = L$

D'où $u_{\max} = \frac{L}{\lambda}$ et similaire pour v_{\max} .



La belle affaire; tout ça c'est bien joli mais ça sert à quoi ?

Si le spectre spatial de l'objet s'étend au delà des fréquences max transmises (fréquences de coupure) l'image ne restituera pas toute l'information sur la source. Une partie du spectre est éliminée. L'image ressemblera à quoi ? Dans notre cas; c'est un filtrage passe-bas : elle ressemblera à l'objet mais avec moins de détails



Deux Grosses Remarques :

1. nous n'avons pas fait d'hypothèse particulière sur la forme de l'ouverture

En particulier nous pouvons très bien imaginer que l'ouverture est en plusieurs morceaux disjoints. Cela ne changera pas notre algèbre. 2videment cela peut changer nos performances en fréquence de coupure.

2. pourquoi trainons nous les deux cas ? en quoi se distinguent-ils au niveau du vécu ?

2.1. on peut voir que pour l'amplitude la transmission de l'amplitude complexe est elle même complexe et le resultat aussi. Cela vaut dire que l'information sur la phase n'est détruite par passage à l'amplitude-image (elle prut etre corrompue par la transmission complexe mais elle n'est pas perdue)

En revanche pour les intensités l'information sur la phase est perdue par modulage-carré
On reviendra plus tard sur l'importance de cette phase perdue ou pas perdue; mais la distinction entre les deux cas ne s'arrête pas là.

2.2. En fait les deux cas amplitude et intensité ne sont pas à comparer du point de vue algébrique. Il s'agit de deux situations physiquement intrinsèquement distinctes.

Une façon de l'illustrer est de comparer deux montages :

pour l'un; l'objet est un écran de phase (diapositive) éclairé par un onde plane monochromatique (laser). L'amplitude complexe obtenue en image après focalisation du laser est décrite par notre premier cas.

pour l'autre; l'objet émet lui même sa propre lumière (nous n'avons plus une diapo éclairée par derriere; mais une scène lumineuse par elle-même. Dans ce cas il n'est pas pertinent de parler d'amplitude image et d'invoquer une fonction de transfert en amplitude.

Les deux cas correspondent respectivement à l'éclairage cohérent et l'éclairage incohérent. Comme on fait semblant de connaitre rien; je n'ai pas voulu me referer à ces termes. On va faire semblant de les découvrir plus loin.

fréquences spatio-angulaires

Nous avons dit fréquence max transmise queque chose du genre $\frac{\text{longueur}}{\lambda}$

C'est pas une frequence spatiale ça ! ça n'a pas la dimension d'un inverse de longueur.

Touché !.

Vous avez repéré le truandage; mais il n'est qu'apparent. En fait u et v sont conjuguées (par TF) de α et β qui sont des angles (radians ; pas de dimension); alors on est content de trouver quelque chose sans dimension comme variable conjuguée.

Les fréquences u et v sont des fréquences spatio-angulaires (inverse de radian).

!!!!!!!

Oui; d'accord mais on ne comprend plus bien l'histoire du spectre spatial etc....

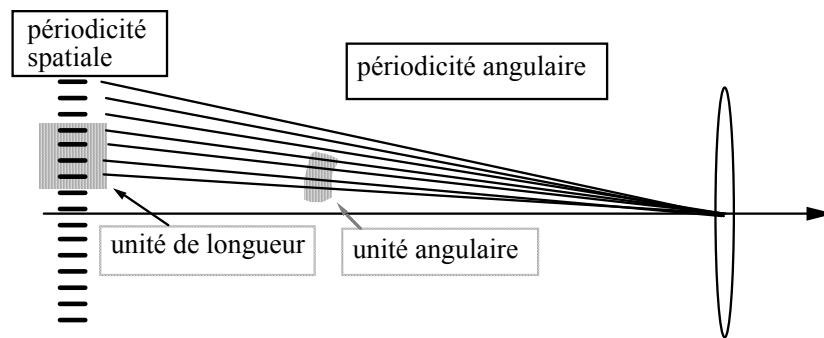
Le spectre spatial concerné correspond simplement à un objet décrit par une distribution angulaire; c'est souvent comme ça en Astro où en général seule l'information angulaire est accessible.

Oui; mais tout ça reste fumeux. !!!!!

D'accord essayons de nous apprivoiser avec ce qui suit :

C'est au niveau de l'objet que l'interprétation est différente : un objet présentant des motifs périodiques dont la période est vue sous l'angle $\Delta\alpha$; présentera des fréquences spatio-angulaires "u" telles que $u = \frac{\text{unité d'angle}}{\Delta\alpha}$.

Dans son spectre $\hat{O}(u;v)$; on verra apparaître l'énergie avec laquelle se manifeste ce motif périodique.



L'unité d'angle peut être le radian; mais cela peut être la milliseconde d'arc; seulement il faut faire gaffe aux unités.

Par exemple une étoile double dont chaque composante est ponctuelle (c'est-à-dire dont le diamètre angulaire est largement plus petit que la plus petite période décelable) et qui présente une séparation de 10 marcsec; aura une distribution d'intensité à la longueur d'onde λ représentée par $\delta(\alpha - 5 \text{ marcsec}) + \delta(\alpha + 5 \text{ marcsec})$.

Son spectre spatial sera réduit à $2\cos(2\pi.u.(0.005 \text{ arcsec}))$. Pour identifier cette sinusoïde le spectre devra être sondé jusqu'à u tel que $2.u.(0.005 \text{ marcsec}) = 1$ ce qui demande que la fréquence $u = 100 \text{ arcsec}^{-1}$ soit transmise.

L'habitude est de travailler en rad^{-1} . Le passage se fait en remarquant que $1 \text{ Arcsec} = \frac{\pi}{(3600*180)} \approx 5.10^{-6} \text{ Rad}$

Le pic dans le spectre se trouvera à la fréquence $100 * \frac{1}{5.10^{-6}} = 2.10^7 \text{ rad}^{-1}$

Notre étoile double sera séparée si l'instrument utilisé passe la fréquence voulue; mais attention la longueur d'onde intervient. Alors avec $L = 10\text{m}$ et en observant en visible à $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$ est ce qu'on sépare les composantes ?

La fréquence de coupure est donnée par $u_{\max} = \frac{L}{\lambda} = \frac{10 \cdot 10^6 \text{microns}}{0.5 \text{ micron}} = 2 \cdot 10^7$

Coup de bol ? oui. Juste ce qu'il faut pour séparer ? Du calme ! la fréquence de coupure passe; mais elle passe avec un gain zero; donc on ne peut pas vraiment dire qu'on peut résoudre l'étoile double. Si on travaille à $\lambda = 1 \mu\text{m}$; on est vraiment trop court en fréquence de coupure (un facteur 2) et l'étoile n'est pas résolue.